

# METODOLOGÍA DE RANKING Y NORMAS DE DIFUSIÓN

Versión 0.9 – 19 enero 2021

## 1. Introducción

La piedra angular de todo proceso de categorización implica la difusión a los grupos de interés de la industria de los resultados de la gestión de las diferentes administradoras reconociendo a los fondos o participaciones que obtuvieron la mayor rentabilidad ajustada por riesgo dentro de su categoría.

Estos premios serán los únicos con el auspicio oficial de ambas Asociaciones y por lo tanto tenderán a convertirse en el principal galardón de la industria de los Fondos de Inversión Colectiva (FIC), y serán motivo de orgullo y centro de campañas publicitarias por parte de las entidades partícipes.

### ¿Por qué rentabilidad ajustada por riesgo?

La comparación entre fondos por rentabilidad absoluta puede ser confusa, un fondo que ha ganado mucho más que sus pares usualmente ha corrido mucho más riesgo en el proceso. El problema a la hora de comparar fondos es que la rentabilidad absoluta resume en un solo número el camino recorrido por un fondo, que puede haber sido tranquilo y parejo o con mayores fluctuaciones. Al hacer el ajuste por riesgo se incorpora esta información y se premia a los fondos o participaciones que logran mejores resultados con menores sobresaltos.

Esta metodología busca indicar de manera completa como se mide del desempeño de los fondos, y a la vez considerar el riesgo al que se exponen, tendencia en las finanzas a nivel mundial. En el Anexo 1 de este documento, se hace una aproximación teórica y se detalla como se obtiene la función de utilidad que se utilizará para los premios y rankings.

## 2. Requisitos de participación y reparto de premios

Es necesario premiar a cada participación de cada categoría porque hay diferencias en las comisiones que inciden en su rentabilidad, y también distintos montos mínimos de inversión. Los premios se entregarán de manera anual.

### 2.1. Requisitos de participación

1. Si la participación única o diferencial tiene menos de un año de historia, no es posible calcular su rentabilidad ajustada por riesgo, y por lo tanto no entrará en el ranking.
2. El valor mínimo de cada participación única o diferencial debe ser de 2.600 Salarios Mínimos Legales Vigentes (SMLV).
3. Los requerimientos de valor de fondo serán evaluados durante toda la historia del fondo, considerándose como historia válida de cada fondo para efectos de cálculo de rentabilidad ajustada por riesgo, desde la fecha del último incumplimiento de estos requerimientos.
4. Para los fondos que tengan entre 12 y 18 meses desde el inicio de su operación, no se tendrá en cuenta el requisito de valor del AUM de los primeros 6 meses de funcionamiento.

### 2.2. Reparto de premios

1. Se entregan premios en las categorías que tengan al menos tres fondos que cumplan todos los requisitos indicados en la sección anterior durante todo el período analizado.
2. Se premiará teniendo en cuenta únicamente el desempeño de las participaciones Público General (participación con mayor número de inversionistas, menor monto mínimo de inversión y mayor comisión).
3. Se entregan premios en las categorías que tengan al menos dos administradoras con fondos que cumplan todos los requisitos indicados en la sección anterior durante todo el período de análisis.
4. Existirá el siguiente esquema de premios:
  - a. Entre 0 y 2 fondos: No hay premios en la categoría.
  - b. Entre 3 y 5 fondos: Premio único al primer lugar en rentabilidad ajustada por riesgo.
  - c. Entre 5 y 10 fondos: Premio al primer y segundo lugar en rentabilidad ajustada por riesgo.

- d. Mayor a 10 fondos: Premios a los tres primeros lugares por rentabilidad ajustada por riesgo.

### 2.3. Nuevos fondos o participaciones, y cambios de categoría

Para fondos o participaciones nuevos, o cuando se presenten cambios de categoría en fondos vigentes como consecuencia de modificaciones en su política de inversión; el fondo y/o sus participaciones empezarán o volverán a competir para los premios cuando cumpla 12 meses desde su creación o cambio de categoría respectivamente.

## 3. Metodología para calcular rentabilidad ajustada por riesgo

La creación de un indicador de rentabilidad ajustada por riesgo incluyó una revisión exhaustiva de medidas Clásicas (Sharpe Ratio, Treynor Ratio, Alfa de Jensen), en estas se encontró que pueden presentar problemas en la medida que se puede tener un gran sesgo derivado de la no identificación del estilo de gestión del portafolio. Las medidas clásicas de los años 60 todavía se siguen utilizando, pero el interés creciente por medir el desempeño hizo que aparecieran nuevas medidas (M2 de Modigliani Appraisal/Information Ratio). En la industria se suele utilizar el Sharpe Ratio como medida del binomio rentabilidad-riesgo. Pero el Sharpe Ratio no siempre produce resultados intuitivos. Es decir, si dos fondos obtienen la misma rentabilidad positiva, aquel que tiene la volatilidad más baja consigue el Sharpe Ratio más alto. Por el contrario, en situaciones en las que los fondos registran una rentabilidad negativa es el fondo con mayor volatilidad el que tendrá el Sharpe Ratio más alto. Por el lado del riesgo, lo habitual es utilizar la volatilidad, pero esta medida no siempre es consistente con las preferencias de los inversores. La volatilidad o desviación típica mide las variaciones en torno a una media. Sin embargo, los inversores son generalmente aversos al riesgo y no tienen la misma apreciación de las variaciones al alza que las variaciones a la baja.

Por otra parte, hay que considerar que el Sharpe Ratio, Treynor Ratio, Alfa de Jensen, así como el Information Ratio y el M2 se basan supuesto de distribución normal, razón principal para no ser usados para la medición, ya que no aplica en todos los casos; por su parte, el supuesto de la utilidad cuadrática tiene las propiedades indeseables de saciedad y de aversión absoluta al riesgo creciente, así mismo, no incorpora los momentos superiores de la distribución (sesgo y kurtosis).

Se analizaron medidas más modernas, basadas en Aversión Proporcional al Riesgo y Teoría de Utilidad Esperada (incluyendo el Índice de Stutzer, Sortino Ratio, Omega y Kappa). En el caso del Índice de Stutzer, el cual mide la velocidad con la cual la probabilidad de retornos negativos decae a cero; este indicador es más alto para aquellos portafolios con menores variaciones extremas en los retornos (penaliza sesgos negativos y curtosis altas). Si bien no asume distribución normal como Sharpe Ratio es más difícil de calcular y sus resultados sólo son robustos para períodos largos de tiempo, donde las

distribuciones no son normales. Adicionalmente, uno de los supuestos del índice es que los inversionistas están dispuestos a aceptar menores retornos positivos, con el fin de evitar los negativos; es decir, asume una constante por aversión al riesgo, lo cual no es necesariamente válido ya que la aversión al riesgo disminuye en la medida que la riqueza del inversionista aumenta. Esto se ve evidenciado en  $\theta$ , un parámetro calculado que maximiza el índice. Al revisar el Sortino Ratio, muy relacionado al Sharpe Ratio, que compara el retorno del portafolio con una rentabilidad mínima aceptable y luego la divide por la semidesviación estándar; es decir, solamente tiene en cuenta para el cálculo de la volatilidad, los retornos por debajo de la rentabilidad mínima aceptable. Sin embargo, al no considerar todos los rendimientos para el cálculo de las volatilidades este indicador se aleja de las teorías de mercado.

El Omega Ratio, es una medida relativa de la probabilidad de alcanzar cierto retorno, ya sea un mínimo aceptable o un retorno objetivo. Entre más alto sea el indicador mayor probabilidad de superar o alcanzar el umbral definido. El Kappa Ratio, es una medida de rentabilidad ajustada al riesgo (también conocida como Kappa 3), que se basa en la volatilidad a la baja (momentos parciales inferiores: los momentos en que los retornos se encuentran por debajo cierto nivel mínimo). Tanto el Ratio Omega como el Kappa, se basan en umbrales, que pueden presentar problemas al momento de definir la rentabilidad mínima. Adicionalmente, al igual que el Sortino Ratio, la volatilidad no tiene en cuenta todas las rentabilidades, sino aquellas que ubican los rendimientos por debajo del umbral.

LVA Índices ha basado los Premios Salmón de los Fondos Mutuos de Chile, en una metodología basada en la Función de Utilidad Creciente y Cóncava<sup>1</sup>, donde se asume que los inversores están más preocupados por la posibilidad de un resultado negativo que por un resultado positivo inesperado. Y esos inversores prefieren renunciar a una pequeña parte de la rentabilidad esperada de la inversión en beneficio de una menor incertidumbre.

Esta ha probado ser una medida de desempeño exitosa por muchos años en este mercado al presentar una serie de ventajas respecto a otros posibles enfoques:

1. No asume que las rentabilidades de los tipos de participación siguen una distribución normal.
2. Toma en cuenta que el inversionista da más importancia a una pérdida que a una ganancia de igual magnitud (adversidad al riesgo).
3. Premia la rentabilidad y castiga la volatilidad.
4. Está en línea con el estándar de la industria internacional.
5. Es consistente con las investigaciones más recientes.
6. Es transparente: hace uso de información pública (las rentabilidades se calculan a partir de los valores de unidad reportados en el formato 523 a la Superfinanciera y se toma la IBR publicada por el Banco de la República).

---

<sup>1</sup> Ver Anexo 1

Dicho puntaje se calculará de manera mensual a partir del 1 de julio de 2018, donde LVA Índices generará un informe a cada entidad participe donde se incluyan las tablas de los rankings por cada categoría.

### 3.1. Cálculo del exceso de rentabilidad mensual

Teniendo clara la muestra, inicialmente utilizando los valores de unidad a cierre de cada día, se calcula la rentabilidad diaria  $RT_i$  de los días con información disponible a partir de la fecha de inicio del esquema de categorización (la muestra en los fondos o participaciones que hayan cumplido de manera consistente con los requisitos mínimos durante al menos 12 meses), posteriormente se obtiene el valor de la rentabilidad acumulada mensual  $RT_{Mensual}$  para los días con información entre cada cierre de mes (siendo el mínimo 12 meses y el máximo 36 meses).

$$RT_i = \frac{\text{Valor Unidad Dia}_i}{\text{Valor Unidad Dia}_{i-1}} - 1 \quad (1)$$

$$RT_{Mensual} = [\prod_{i=1}^{30} (1 + RT_i)] - 1 \quad (2)$$

Se calcula el exceso de rentabilidad, descontando la tasa libre de riesgo a la rentabilidad acumulada de cada mes ( $ER_{Mensual}$ ). Como tasa libre de riesgo, se utiliza el equivalente mensual de la tasa de referencia IBR Overnight Efectiva Anual ( $IBR_{Overnight EA}$ ).

$$ER_{Mensual} = \frac{1 + RT_{Mensual}}{1 + IBR_{Overnight mensual}} - 1 \quad (3)$$

### 3.2. Cálculo de la rentabilidad ajustada por riesgo

Una vez calculado el exceso de rentabilidad de cada fondo-participación, se calcula la rentabilidad ajustada por riesgo, que corresponde al equivalente cierto anualizado de la serie de rentabilidades correspondiente. Para obtener este valor equivalente para el fondo o participación  $k$  según la función de utilidad se aplica la siguiente fórmula:

$$RAR_{LVA}(k, T) = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + ER_t(k))^{-2} \right]^{-6} - 1 \quad (4)$$

Donde:

$RAR_{LVA}(k, T)$ : Retorno ajustado por riesgo del fondo  $k$  en  $T$

Estas rentabilidades ajustadas por riesgo se calculan para uno y tres años ( $T=12$  y  $36$  respectivamente) según la disponibilidad de información y el cumplimiento de las condiciones requeridas para cada fondo-participación.

Una vez hecho este cálculo, se agrupan todas las rentabilidades ajustadas por riesgo de 12 meses y 36 meses, así como por categoría, y se normalizan de la siguiente manera:

$$P_{LVA}(k, T) = \frac{RAR_{LVA}(k, T) - \min_k \{RAR_{LVA}(k, T)\}}{\max_k \{RAR_{LVA}(k, T) - \min_k \{RAR_{LVA}(k, T)\}\}} \times 100 \quad (5)$$

Donde:

$P_{LVA}(k, T)$ : Puntaje LVA asignado a cada serie  $k$  del fondo  $i$

Obteniéndose así un Puntaje LVA en cada categoría de cero a cien para cada fondo-participación en el período si es que tiene información suficiente y cumple los criterios correspondientes. Este puntaje va desde cero (para el fondo-participación con el peor desempeño ajustado por riesgo en su categoría) y cien (para el mejor).

Finalmente se calcula el Puntaje LVA ponderando los puntajes de 12 y 36 meses asignando un 75% y 25% respectivamente; cuando no se tengan 36 meses de información se utilizarán sólo 12 meses con un peso del 100%. Todo lo anterior aplica para todas las categorías partícipes salvo para las categorías de Renta Fija Nacional Liquidez y Renta Fija Nacional para Entidades Estatales, en las que se premian las mejores series según el Puntaje LVA a 12 meses únicamente.

## 4. Publicidad de los premios

Como propietario de la metodología, LVA Índices seleccionará un medio financiero local para divulgar públicamente los premios a los Fondos que obtuvieron los mejores desempeños dentro de sus categorías. De igual manera, definirá un nombre y una marca para el premio, los cuales podrán ser usados por las administradoras previa firma de documento de autorización remitido por LVA Índices.

Dado que los premios se convierten en herramientas de marketing que puedan ser usadas en sus esfuerzos de ventas, a continuación, se establecen las siguientes reglas de uso de información:

1. Sólo se podrá hacer uso del nombre y la marca del premio, una vez firmado el documento de autorización remitido por LVA Índices.
2. Las comparaciones entre FICs, se hará entre las respectivas participaciones (si aplica) pertenecientes a una misma categoría se harán utilizando rentabilidades después descontado gastos de comisiones.
3. A partir del primer año de premio, se presentará al público en general rankings trimestrales donde se relacione el 100% del listado, con un disclaimer donde se

indique que es interino. A partir del segundo año de premio se publicarán rankings mensuales.

4. Los rankings oficiales serán los publicados en el Informe mensual de categorización.
5. El informe interno de premiación se enviará en el siguiente formato:

{{{NOMBRE DE LA CATEGORÍA}}}							
Administrador	Fondo	Participación	RAR 1 AÑO	Puntaje 1 AÑO	RAR 3 AÑOS	Puntaje 3 AÑOS	Puntaje Total

Las Rentabilidades Ajustadas por Riesgo y los Puntajes normalizados son información para uso exclusivo de las administradoras, y no se podrá divulgar a prensa ni a inversionistas, para evitar confusiones conceptuales con la rentabilidad real de los fondos o participaciones.

## ANEXO 1

### ***Aproximación teórica a la función de utilidad***

A lo largo del desarrollo matemático implícito en la expresión de una función de utilidad, diferentes autores han formulado la posibilidad o de hacer uso de una función que se utilice con frecuencia o construir una que logre capturar las preferencias y el apetito de riesgo de un inversionista. Ortiz Olivera (2013) propone una demostración analítica de la existencia y la unicidad de la función de utilidad de los consumidores. De manera teórica plantea la formalización de las características y definiciones matemáticas necesarias para construir una función de utilidad que represente los gustos y las preferencias de cualquier individuo. Por su parte, Pennings y Garcia (2009) examinan la relación entre las decisiones estratégicas financieras y la forma global de la función de utilidad de los que toman las decisiones reales; evalúan, además, la forma de las funciones de utilidad de los gestores de portafolios y muestran que la forma global está relacionada con su asignación estratégica de activos. Por último, Idrobo (2010) presenta el ejercicio de comprender los desarrollos de la teoría de la utilidad que permiten razonar sobre la base de la incertidumbre y el riesgo, con el fin de contribuir a mejorar la habilidad de elegir inversiones óptimas y abrir las puertas a nuevas oportunidades de negocio.

Una función de utilidad  $U(w)$  es una medida relativa de la preferencia de un inversionista para diferentes niveles de riqueza (Norstad, 2011), que es dos veces diferenciable en función de la riqueza definida por  $w > 0$  y que cumple las propiedades:

- **$U'(w) > 0$ .** La utilidad se incrementa con la riqueza, por lo que el inversionista nunca está satisfecho, dado que no tendrá suficiente riqueza como para no querer conseguir un poco más.
- **$U''(w) < 0$ , propiedad de aversión al riesgo.** Esta propiedad es cóncava, esto es, la utilidad marginal de la riqueza decrece en la medida en que la misma se incrementa; en otras palabras, en escenarios de amplia riqueza no existe la necesidad de invertir en activos riesgosos.

### ***Función de Utilidad Creciente y Cóncava***

Como mencionamos en el documento metodológico de los premios, LVA Índices se basa en la medición de la rentabilidad ajustada por riesgo a partir de una Función de Utilidad Creciente y Cóncava, partiendo del principio en el que un inversionista califica portafolios alternativos usando la expectativa matemática de una función (llamada función de utilidad) del valor final de cada portafolio. Este es un marco muy útil para modelar la toma de decisiones bajo incertidumbre.

Siendo  $W$  el valor final de un portafolio que se está analizando y  $u(.)$  la función de utilidad de un inversionista, la función de utilidad del portafolio es:

$$E[u(W)] \quad (1)$$



La forma de la función de utilidad utilizada frecuentemente en la teoría de portafolio tiene las siguientes características:

1. Acorde a la primera propiedad de la función de utilidad mencionada anteriormente, mayor riqueza esperada, siempre es mejor que menos riqueza esperada. Es decir, que la función de utilidad siempre debe estar inclinada positivamente, por tanto,  $u'(\cdot) > 0$ .
2. La función de utilidad siempre debe implicar aversión al riesgo y el riesgo siempre es penalizado. Dicho de otra forma, el inversionista prefiere un portafolio libre de riesgo con un valor de portafolio final conocido, que un portafolio riesgoso con el mismo valor esperado. Por ejemplo, un fondo que produce un retorno fijo del 2% cada mes, es más atractivo que un fondo que tiene retornos volátiles y que en promedio suman un 2% por mes. Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$u[E(W)] > E[u(W)] \quad (2)$$

En línea con las propiedades de la función de utilidad, de la teoría de la probabilidad se deduce que esto puede ser cierto sólo si  $u(\cdot)$  es una función cóncava, por tanto,  $u''(\cdot) < 0$ .

3. No se asume una distribución particular de los excesos de retorno. La teoría de la utilidad esperada no se basa en ningún supuesto respecto de si los retornos de un fondo tienen distribución normal o lognormal. Esto en contraste con otras medidas riesgo retorno que usan la desviación estándar y la varianza como la principal medida de riesgo. Mientras los retornos de muchos fondos se encuentran aproximadamente distribuidos lognormal, la teoría de la utilidad también trabaja con aquellos que no.
4. La riqueza al inicio del período del inversionista no tiene incidencia en la calificación de portafolios. Es razonable asumir que la aversión al riesgo de un inversionista no cambia con el nivel de riqueza de este. Ejemplo: individuos con mas riqueza no son universalmente más o menos aversos al riesgo que individuos con menos riqueza. Individuos con las mismas actitudes hacia el riesgo y la disponibilidad de oportunidades, escogerán las mismas inversiones, independientemente del nivel de riqueza.

Una forma de función de utilidad que tiene estas características y que es utilizada en teoría del portafolio se llama constante Aversión al Riesgo Relativa (ARR). Esta describe el grado en que la riqueza afecta el nivel de aversión al riesgo de un inversionista, y esta es medida basada en la forma de la función de utilidad, con respecto a la riqueza:

$$ARR(W) = - \frac{W u''(W)}{u'(W)} \quad (3)$$

Asumiendo que la ARR es un valor constante (por ejemplo: el nivel de riqueza no cambia la actitud del inversionista hacia el riesgo), la ecuación para la función de utilidad puede ser escrita de la siguiente manera:

$$u(W) = \begin{cases} \frac{W^{-\gamma}}{\gamma} & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ \ln(W) & \gamma = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Donde  $\gamma$  es un parámetro que describe el grado de aversión al riesgo, específicamente,  $ARR(.) = \gamma + 1$ .

Dado que la riqueza de final de periodo ( $W$ ) es una función de la riqueza inicial y del retorno total, estas ecuaciones se pueden escribir como se evidencia a continuación, donde hay un cierto nivel de utilidad asociado con cada nivel de retorno total:

$$u(W_0(1 + RT)) = \begin{cases} W_0^{-\gamma} u(1 + RT) & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ \ln(W_0) + u(1 + RT) & \gamma = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Donde  $W_0$  es la riqueza inicial y  $RT$  es el retorno total del periodo evaluado, por tanto:

$$W = W_0(1 + RT) \quad (6)$$

Los valores de  $W_0$  no afectan la curvatura de la de la utilidad como una función de  $RT$ , por tanto, no afecta como los inversionistas califican a los portafolios.

#### *Nivel de aversión al riesgo*

Gamma ( $\gamma$ ) representa el grado de aversión al riesgo. En teoría, puede ser cualquier valor numérico.

**Cuando  $\gamma < -1$ ,** el inversionista no es averso al riesgo. Este inversionista podría ser indiferente ante un fondo que gana un retorno estable del 2.5% cada mes y un fondo volátil que se espera que gane un 2% en promedio cada mes. Es decir, a este inversionista le gusta el riesgo.

**Cuando  $\gamma$  es -1,** la aversión al riesgo del inversionista es cero. Este inversionista podría ser indiferente entre un fondo la opción libre de riesgo y la opción riesgosa, en la medida que el promedio aritmético del retorno esperado sea igual. Por ejemplo, es indiferente entre un fondo estable con retornos del 2% y un fondo volátil que se espera que gane 2% en promedio, a pesar de que el fondo volátil pueda perder dinero.

**Cuando  $\gamma$  es 0,** el inversionista podría ser indiferente entre un fondo la opción libre de riesgo y la opción riesgosa, en la medida que el promedio geométrico del retorno esperado sea igual. Por ejemplo, es indiferente entre un fondo estable con retornos esperados del 1.88% y un fondo volátil que con retorno esperado de 2% medido por promedio aritmético y un 1.88% medido por promedio geométrico, a pesar de que el fondo volátil pueda perder dinero.

La prima de riesgo es el monto de un retorno esperado extra demandado por inversionista para compensar la posibilidad de perder dinero en el portafolio riesgoso

versus el portafolio libre de riesgo. Cuando  $\gamma$  es cero, en el ejemplo anterior la prima de riesgo es 0.12% por mes, siendo la diferencia entre el retorno esperado medido por promedio aritmético y la tasa libre de riesgo; en este caso la tasa libre de riesgo es igual al retorno esperado por promedio geométrico.

**Cuando  $\gamma > 0$** , el inversionista demanda más prima de riesgo por escoger el portafolio riesgoso. Específicamente, la prima de riesgo sería mayor que la diferencia entre los retornos esperados por promedio aritmético y geométrico. **Con  $\gamma = 2$** , el inversionista es indiferente entre un fondo estable que siempre gana un 1.65% por mes y un fondo volátil con una ganancia esperada del 2%. En este caso, la prima de riesgo es 0.35% por mes. En la práctica, la mayoría de los modelos, asumen que los inversionistas son aversos al riesgo, por tanto,  $\gamma$  debe ser mayor que -1.

LVA Índices utiliza la teoría de la utilidad con ciertas condiciones específicas como base para calcular la rentabilidad ajustada por riesgo. En primer lugar, dado que los valores de los fondos/participaciones representados en su valor de unidad son libres de comisiones, no deben ser ajustadas por el impacto de estos cargos. En segundo lugar, se reconoce que el inversionista siempre tiene la opción de comprar un activo libre de riesgo, en vez de tener un portafolio riesgoso. Por tanto, medimos el exceso de rentabilidad los fondos/participaciones por encima del activo libre de riesgo (LR).

LVA Índices, utilizará como tasa libre de riesgo la IBR Overnight (Indicador Bancario de Referencia), que es una tasa de interés de referencia de corto plazo denominada en pesos colombianos, que refleja el precio al que los bancos están dispuestos a ofrecer o a captar recursos en el mercado monetario; es decir es una tasa de captación que ofrece rendimientos estables sin exponerse a la volatilidad del mercado.

Al comparar portafolios riesgosos con el activo libre de riesgo, asumimos que el inversionista tiene su riqueza inicial invertida en el activo libre de riesgo, por tanto, la inversión será \$1.

$$W_0 = \frac{1}{1+LR} \quad (7)$$

La función de utilidad puede ser re expresada en términos de los retornos totales (RT), la tasa libre de riesgo (LR) y el exceso de retorno geométrico (ER), como sigue:

$$u(W_0(1 + RT)) = u\left(\frac{1+RT}{1+LR}\right) = u(1 + ER) = \begin{cases} -\frac{(1+ER)^\gamma}{\gamma} & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ \ln(1 + ER) & \gamma = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Aplicar la teoría de utilidad esperada al retorno ajustado por riesgo implica que es posible cuantificar como se sienten los inversionistas con una distribución de retornos con respecto a otra. Una distribución de retornos con un retorno esperado alto y bajo riesgo es preferible a una con bajo retorno esperado y alto riesgo. Pero los inversionistas, típicamente enfrentan un intercambio de riesgo retorno. En cierto punto, el nivel de riesgo

se vuelve demasiado alto y un inversionista esta dispuesto a permitir un retorno esperado más bajo para reducir el riesgo. (También puede pasar, que el nivel de retorno esperado se vuelva demasiado bajo y el inversionista esté dispuesto a tomar más riesgo, con el fin de alcanzar retornos potenciales más altos).

LVA Índices utilizará la teoría de utilidad esperada para determinar cuanto riesgo un inversionista está dispuesto a renunciar para reducir riesgo. La medida de retorno ajustado por riesgo mide el retorno libre de riesgo garantizado que provee cierto nivel de utilidad a un inversionista que el exceso de retorno del portafolio riesgoso. Se le llama a este retorno libre de riesgo el exceso de retorno geométrico “equivalente de certeza”.

Por ejemplo, un inversionista puede ser indiferente entre un fondo de riesgo moderado generando un retorno de un 12% (que se observa) y un fondo libre de riesgo generando un retorno del 8% (determinado por la función de utilidad). En este caso el inversionista está dispuesto a renunciar a un 4% de retorno con el fin de reducir el riesgo. Al convertir toda la serie de retornos en sus equivalentes libre de riesgo, se puede comparar un fondo respecto a otros en una base ajustada por riesgo. Esto equilibra la balanza para fondos con mismos patrones de inversión, pero expuestos a diferentes factores de riesgo.

Sea que  $E^{CE}(\gamma)$  denota el exceso de retorno geométrico equivalente de certeza para cierto valor  $\gamma$ . La siguiente fórmula establece que el nivel de utilidad es el mismo ente el exceso de retorno geométrico equivalente de certeza y exceso de retorno esperado del fondo:

$$u(1 + ER^{CE}(\gamma)) = E[u(1 + ER)] \quad (9)$$

Por tanto,

$$1 + ER^{CE} = \begin{cases} (E[(1 + ER)^{-\gamma}])^{-\frac{1}{\gamma}} & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ e^{E[\ln(1+ER)]} & \gamma = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Por tanto, el Retorno Ajustado por Riesgo,  $RAR(\gamma)$ , se define como el valor anualizado de cierre de mes del equivalente de certeza  $ER^{CE}$ , usando el promedio de la serie de tiempo  $(1 + ER)^{-\gamma}$  como un estimado de  $E[(1 + ER)^{-\gamma}]$ . Es decir, utilizamos el exceso de retorno histórico como la base para el exceso de retorno esperado, en vez de basarnos en probabilidades o pronósticos de retornos futuros.

Con  $\gamma \neq 0$ , el Retorno Ajustado por Riesgo se define así:

$$RAR(\gamma) = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + ER_t)^{-\gamma} \right]^{-\frac{12}{\gamma}} - 1 \quad (11)$$

Cuando  $\gamma = 0$ , el RAR es la media geométrica anualizada del exceso de retornos:

$$RAR(0) = [\prod_{t=1}^T (1 + ER_t)]^{-\frac{12}{T}} - 1 \quad (12)$$

Un sistema de calificación basado únicamente en el desempeño evaluará a los fondos a partir de la media geométrica de sus retornos, o equivalentes. Un sistema de calificación que castigue la búsqueda de riesgo requiere que  $\gamma > 0$ .

El típico inversionista Retail colombiano es averso al riesgo y siempre está buscando compensaciones o primas de riesgo relativamente mayores, al momento de pasar del retorno estable de un CDT, al retorno volátil de un FIC; por tanto, el inversionista colombiano es consistente con un perfil de riesgo con  $\gamma = 2$ . Aplicando este nivel de aversión al riesgo en la ecuación (12) obtenemos:

$$RAR(\gamma) = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + ER_t)^{-2} \right]^{-6} - 1 \quad (13)$$